

Projet 1 : snakes and ladders

Matthieu Dien*

5 septembre 2019

Le but de ce projet est d'analyser le jeu "snakes and ladders" (S&L) en le modélisant par une chaîne de Markov.

1 Présentation du jeu

Le jeu S&L se joue sur une grille de taille 10 par 10 où les cases sont numérotées de 1 à 100, avec un dé à 6 faces. Un exemple de grille se trouve ci-dessous.

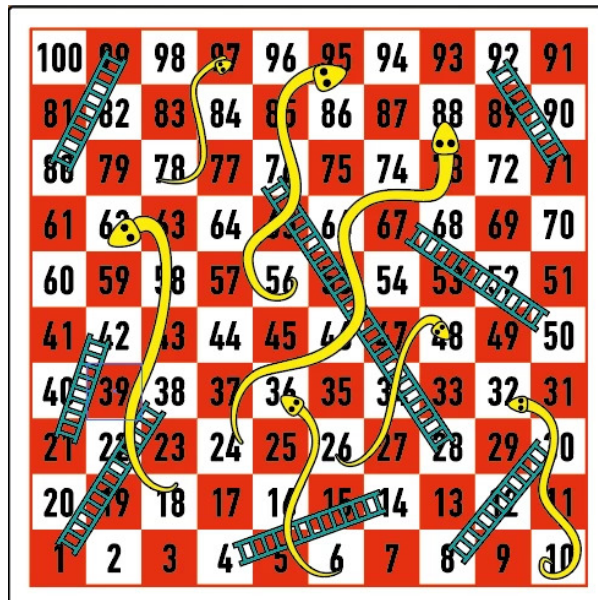


FIGURE 1 – La grille de jeu

Les joueurs commencent sur la case numéro 1, puis chacun son tour, lancent le dé et avancent d'autant de cases. Quand un joueur s'arrête :

- au pied d'une échelle, il l'a grimpe et est alors déplacé à son sommet,
- sur une tête de serpent, il est dévoré, digéré puis éjecté au niveau de la queue du serpent.

Le jeu s'arrête quand un joueur atteint la case 100 (même si il devait aller plus loin).

2 Travail à réaliser

Le but de ce projet est de comprendre à quoi ressemble une partie "typique" de S&L.

*matthieu.dien@unicaen.fr

Remarque. Étant donné l'absence d'interactions entre joueurs on s'intéressera à une partie à un seul joueur.

2.1 Analyse de paramètres déterministes

On s'intéresse ici aux paramètres déterministes (non-aléatoires) suivants :

- partie la plus courte (en nombre de lancers)
- partie la plus longue (en nombre de lancers)

Question 1. Calculez ces paramètres.

2.2 Analyse de paramètres stochastiques

Dans la suite on s'intéresse aux paramètres suivants :

- nombre de lancer de dés d'une partie
- nombre de traversées d'échelles
- nombre de traversées de serpents
- case la plus fréquentée

Nous souhaiterions comprendre comment ces paramètres sont distribués sur une partie "typique" c'est-à-dire calculez leur espérance, variance et distribution.

2.2.1 Analyse Monte-Carlo

Une première méthode pour calculer ces statistiques consiste en la simulation d'un grand nombre de partie afin de les estimer.

Question 2. Implémenter la simulation de parties et servez vous en pour calculer :

- l'espérance
- la médiane
- la variance
- un histogramme

de vos échantillons, pour chacun des paramètres.

2.2.2 Analyse par chaînes de Markov

Une deuxième méthode consiste à modéliser le problème avec des chaînes de Markov et d'étudier numériquement leur matrice de transition.

Question 3. Donnez la matrice de transition de la chaîne simulant une partie.

Question 4. En utilisant la matrice de transition calculez :

- l'espérance
- la variance
- un histogramme

pour chacun des paramètres.

Question 5. Comparez ces résultats à ceux obtenus par méthode de Monte-Carlo.

2.2.3 Variantes

On modifie maintenant la règle de fin de jeu : il faut s'arrêter sur la case 100 exactement, tout pas supplémentaires fait reculer.

Question 6. Relancez les analyses précédentes avec ce changement. Qu'observez vous ?

2.2.4 Triche

On cherche maintenant à fabriquer un dé pipé permettant de gagner la partie plus rapidement.

Question 7.

- Donnez la loi de probabilité de votre dé pipé
- Montrez, en utilisant les analyses précédentes, que votre loi est “meilleure” que la loi uniforme (qu'elle fait gagner plus vite)
- Décrivez la méthode vous ayant permis de calculer cette loi.